

تمرین سری دوم اقتصاد کلان ۱

توضیح: بخش اعظم نمره به گویایی، تمیزی نوشتار، و بیان دقیق ساختارهای مدل سازی تعلق می گیرد. در ارائه ی پاسخ به سوالات اگر از قضیه و یا مساله ای که پیش تر حل شده است استفاده می کنید حتماً صورت دقیق آن را ذکر کنید. اگر مساله ای نیازمند محاسبه است، محاسبات را به طور کامل بنویسید.

سوال ۱. تصور کنید که در یک اقتصاد خانواری وجود دارد که تابع مطلوبیت اقتصادی آن به صورت زیر است:

$$u(c, h) = c^{\frac{1}{2}}(1 - h)^{\frac{1}{2}}$$

که c بیانگر کالای مصرفی خانوار و h بیانگر ساعت کارکردن این فرد می باشد. در این اقتصاد، یک بنگاه وجود دارد که نیروی کار را استخدام می کند. سود حاصل از این بنگاه به صورت برابر میان خانوار تقسیم می شود. تابع تکنولوژی بنگاه به شکل زیر است:

$$y = f(h) = \sqrt{h}$$

حال فرض کنید این فرد به صورت تصادفی نفت پیدا می کند و آن را به فردی خارج از منطقه می فروشد. محصول به دست آمده (O) جانشین کامل برای کالای مصرفی است. قیمت کالای مصرفی را به $p = 1$ نرمالایز کنید. تعادل رقابتی این اقتصاد را تعریف کنید. تخصیص های بهینه این اقتصاد را برحسب پارامترهای برونزا به دست آورید. به صورت شهودی توضیح دهید که بعد از اضافه شدن نفت به مدل، چه تغییری در بخش خانوار و بنگاه ایجاد می شود؟ چگونه درآمد نفتی بر دستمزدهای حقیقی اثر می گذارد؟ به صورت شهودی و ریاضی توضیح دهید. در حالتی که $O = 2$ باشد، مقدار عددی هر یک از تخصیص های این اقتصاد را محاسبه کنید.

سوال ۲. همیشه سنت بر این است که قیمت کالاهای مصرفی را به ۱ نرمال می کنیم. در این مساله نشان خواهید داد این کار به مساله ای خدشه ای وارد نمی کند. به بیان دقیق تر نشان خواهید داد که تخصیص های بهینه دقیقاً یکسان هستند. به این منظور دنباله ای دلخواه و معین از قیمت ها p_t و اقتصاد دو دوره ای با تولید را در نظر بگیرید. خانوار نمونه دارای تابع مطلوبیت به صورت زیر است:

$$u(c_1, c_2) = \frac{c_1^{1-\sigma}}{1-\sigma} + \beta \frac{c_2^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

همچنین فرض کنید هر خانوار به میزان e در دوره ی نخست زندگی اش موهبت دریافت می کند که می تواند مصرف کرده و یا به بنگاه ها با نرخ اجاره r^* داده شود. همچنین خانوار نمونه در دوره ی نخست یک واحد کار با نرخ دستمزد w^* را در اختیار بنگاه ها قرار می دهد. برای سادگی مساله جمعیت را ثابت فرض کنید. اینک به سوالات زیر پاسخ دهید:

الف) معادلات مربوط به شرایط مرتبه ی نخست بنگاه را برحسب قیمت های اسمی بیان کنید.

ب) معادلات مربوط به شرایط مرتبه ی نخست خانوار نمونه را برحسب قیمت های اسمی بیان کنید.

ج) معادلات مربوط به شرایط تعادل رقابتی را از دو قسمت پیشین یافته و بر پایه ی قیمت های اسمی بیان کنید.

سوال ۳.

در یک اقتصاد همراه با مخارج دولت (g)، تامین مخارج مالی دولت از طریق مالیات با پایه‌ی درآمدی (مالیات بر سود) با نرخ τ است. خانوارها دارای موهبت یک واحد زمان بوده و درآمد قابل تصرف (درآمد پس از کسر مالیات) را صرف خرید تنها کالای مصرف این اقتصاد می‌کنند. تابع مطلوبیت فرم استاندارد داشته و همچنین برای سادگی فرض کنید که تکنولوژی تولید از نوع کاب-داگلاس بوده و در اختیار خانوار است. در واقع:

$$y = \ell^\alpha$$

و خانوار مالک و مدیر بنگاه اقتصادی است، که در آن ℓ نیروی کار است. خانواده با صرف وقت، تحت تکنولوژی مورد اشاره به تولید پرداخته و این تولید را به بازار مصرف برده و به فروش می‌رساند. در این مرحله باید مالیات به دولت پرداخت کند، و سرانجام با درآمد قابل تصرفش مایحتاج مصرفش را از بازار خریده و مصرف می‌کند.

الف) قید بودجه‌ی خانوار را بنویسید.

ب) نشان دهید که در این اقتصاد قضیه‌ی نخست رفاه برقرار نیست. به زبان دیگر، تولید در این اقتصاد با تولید دست اول فاصله دارد.

ج) میزان کارکرد را بر حسب τ به دست آورید.

د) ابن خلدون فیلسوف مسلمان و آرتور لفر اقتصاددان آمریکایی نشان داده‌اند با افزایش مالیات، لزوماً درآمد مالیاتی دولت افزوده نمی‌شود. آیا شما هم می‌توانید در چارچوب بالا این گفته را نشان دهید؟

سوال ۴.

رابینسون و اقتصاد بسته‌ی تک محصول با نارگیل را به خاطر بیاورید. تابع مطلوبیت او از الوی خط

$$u(c, \ell) = c + \beta \ell, \quad \beta > 0$$

پیروی می‌کند. زندگی تنها در جزیره به او آموخته که اگر ℓ واحد زمان از روز را صرف استراحت و بقیه را برای یافتن و تهیه‌ی غذا کند می‌تواند به میزان

$$(1 - \ell)^\alpha$$

واحد غذای مصرف به دست آورد. این غذا در جزیره قابل نگهداری نیست و باید در روزی که به دست آمده مصرف شود. با این مفروضات به سوالات زیر پاسخ دهید:

الف) مساله‌ی هر روز رابینسون را به زبان ریاضی نوشته و میزان کارکرد بهینه‌ی او را پیدا کنید. سپس میزان مصرف غذای بهینه‌ی وی را یافته و استدلال کنید که چرا غذای اضافی باقی نمی‌ماند.

ب) چنین فرض کنید که رابینسون امان حیات بدون مصرف غذا را دارد! استدلال کنید که آیا تعادل بهینه‌ای که منجر به عدم کار کردن وی باشد وجود دارد یا خیر. وجود یا عدم وجود چنین تعادلی را با حل مساله‌ی بیشینه‌ی مطلوبیت نشان دهید.

ج) فرض کنید کمیته‌ی مصرف غذا در هر روز برای رابینسون برای ادامه‌ی حیات مقدار

$$\left(\frac{2\beta}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

باشد. ضمن بیان دوباره‌ی مساله‌ی رابینسون، مقدار بهینه‌ی کار او را به دست آورید.

د) تأثیر تغییرات مثبت روی پارامتر β را بر میزان تخصیص‌های بهینه‌ی رابینسون تحلیل کنید.

سوال ۵.

یک الگوی تعادل عمومی دو دوره‌ای را در نظر بگیرید که در آن خانوارها ناهمگون هستند و N نوع مختلف از خانوارها وجود دارد. مطلوبیت همه‌ی خانوارها از تابع

$$u(c, \ell)$$

پیروی می‌کند (که در شرایط اینادا صدق می‌کند) که در آن c مقدار مصرف و ℓ مقدار کار انجام‌شده توسط خانوار است. درآمد کار خانوار پس از اخذ مالیات با نرخ τ قابل مصرف است. دستمزد هر واحد کار را با w نمایش دهید. منبع ناهمگونی خانوارها در مقدار سهمی است که از تنها بنگاه موجود در اقتصاد در اختیار دارند؛ به این ترتیب که، خانوار i ام دارای سهم s_i است و داریم:

$$s_1 > s_2 > \dots > s_N$$

از این رو، خانوار نخست ثروتمندترین خانوار و خانوار N ام فقیرترین محسوب می‌شود. بدیهی است که شرط تسویهی بازار سهام به صورت زیر برقرار است:

$$\sum_{i=1}^N s_i = 1$$

به ازای هر واحد سهم، سود d_i به خانوار تعلق می‌گیرد.

الف) مسأله‌ی خانوار i ام را بنویسید.

ب) کدام خانوار بیشتر از سایرین کار می‌کند؟ نوع نخست یا نوع N ام؟

ج) یک تعادل رقابتی را به دقت برای این اقتصاد تعریف کنید. (توجه کنید که شرایط تسویهی تمام بازارها را هم ذکر کنید.)

د) مسأله‌ی برنامه‌ریزی مرکزی را برای این اقتصاد بنویسید. آیا قانون اول رفاه در این اقتصاد صادق است؟ توضیح دهید.